**Oscilador não-linear**

Método de ‘Shooting’ e Transformadas de Fourier discretas

― Trabalho 2 ― Física Computacional ― Ema Fadiga (92944) ―

27 de maio de 2020

**Sumário:**

Neste trabalho pretende-se :

* Estudar o comportamento de um oscilador não-linear, ajustando o valor de à volta de a partir da aplicação do método de shooting para obter uma amplitude positiva de (Neste caso é o B, o resultado pretendido);
* Calcular a densidade espetral da função obtida pela ode45 em função da frequência angular;
* Verificar se é um movimento harmónico simples;
* Calcular a aceleração a partir da transformada de Fourier da derivada e a partir do vetor obtido pela ode45.

Obtive um valor de e segundos na parte A, onde o espaço de fases converge para uma trajetória fixa.

Na parte B pude verificar que não se trata de um movimento harmónico simples e que a partir do transformada de Fourier da derivada o gráfico da aceleração é o mesmo de quando se calcula a partir da ode45.

Existiu concordância entre os resultados obtidos pelos métodos diferentes.

**Introdução aos métodos utilizados:**

**Problemas de valores fronteira (BVP)-** O valor da variável dependente e/ou das duas derivadas é conhecido em mais do que um valor da variável independente.

**―Ode45** como já foi referido no trabalho anterior este método consiste resolução de equações diferenciais ordinárias (EDO) de 1ªa ordem, daí a necessidade de escrever a EDO de 2ª ordem dada em duas de 1ª ordem.

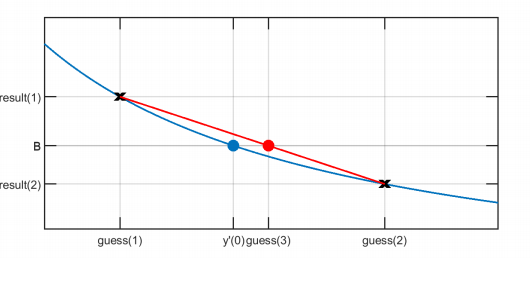
É um método adaptativo, ou seja, o algoritmo adapta-se à trajetória da solução que muda o passo (h ou dt) e alterna entre RK4 e RK5.

Requer os comandos:

**‘Reltol’** (tolerância relativa, no Matlab o mínimo é 3e-14) e **‘Abstol’** (tolerância absoluta) determinam o passo em cada iteração. O erro estimado deve ser menor do que o maior dos valores calculados com base nas tolerâncias dadas.

**―Método de ‘Shooting’- método da secante aplicado ao ‘shooting’** utiliza-se na aplicação da solução encontrada de problemas de valores fronteira (BVP) à solução exata, dentro de uma determinada fronteira, a partir de EDO não-lineares.

* Arbitra-se as condições iniciais/parâmetros desconhecidos;
* Integra-se a equação numericamente;
* Verifica-se se o resultado se afasta/aproxima das condições fronteira desejadas;
* Volta a ajustar-se as condições/parâmetros iniciais para se aproximar da solução pretendida.

Mais genericamente o método da secante pode ser aplicado com as seguintes fórmulas:

Declive da secante:

Estimativa de

Com:

* sendo a estimativa do valor inicial/parâmetro desconhecido que se pretende determinar;
* o que provém de para um valor fronteira;
* é o valor pretendido para o , é dado no problema.

**Métodos e resultados:**

**PARTE A**

***Alínea a):***

Foi dada a equação de movimento:

Mas os métodos apenas conseguem resolver EDO’s de 2ª ordem por isso tem de se escrever num sistema de duas equações de 1ª, fazendo:

Do qual resulta:

***Alínea b):***

Antes se implementar a ode45 no método de shooting pedido começou-se por se definir a função adaptada ao problema (funode) onde será invocar as constantes impostas ao cálculo µ, K, M,β e cria-se uma matriz 2x1 com **y** na primeira linha e **v** na segunda e definem se as EDO’s encontradas na alínea a). Utilizam-se as constantes:

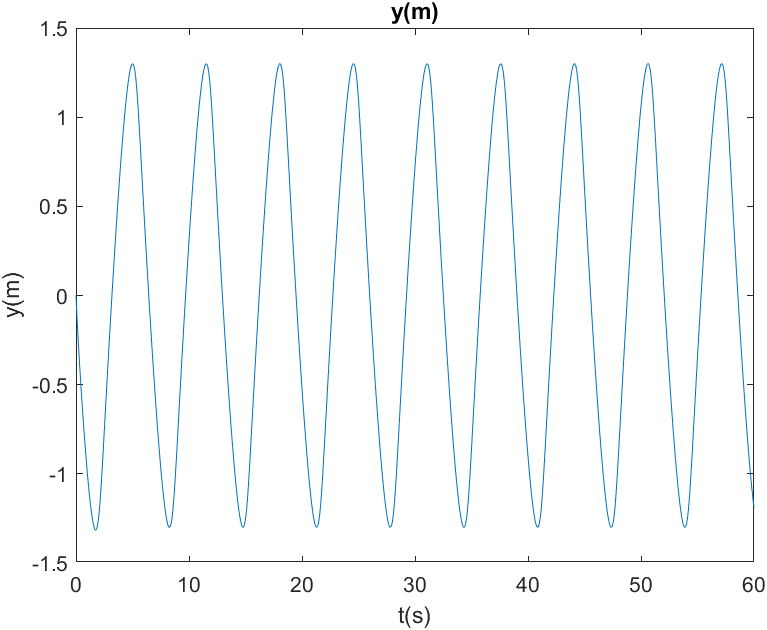
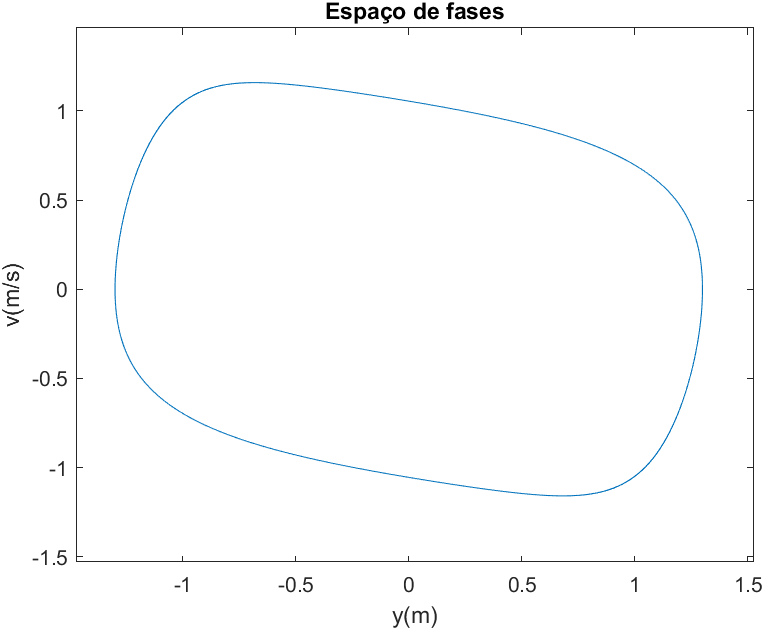
E para os guesses de µ:

O vetor tempo:

Com uma tolerância de ( diferença entre a amplitude máxima obtida (***Result\_obt=result(end)***) e a amplitude desejada (B) ) obteve-se o valor de . Para conferir que está correto iremos resolver o sistema a começar na iteração 500 para estabilizar a solução das amplitudes na aplicação da função ***lagr***, que faz uma interpolação que minimiza o erro na obtenção dos máximos. Obteve-se o vetor ***ymax*** com as amplitudes e fazendo a média deste obtemos o ***result***  que em cada iteração se irá aproximar de ***B=1,3*** como esperado (. Aplicação do método da secante aplicado ao ‘shooting’ vem no último subciclo do qual também se obtém o .

***Alínea c):***

Para o período obteve-se segundos, começando também na iteração 500 e foi obtido pela média da diferença entre máximos consecutivos obtidos pela função ***lagr***. O valor de período constante e o gráfico levam a considerar o resultado como periódico. No ciclo limite observa-se que o espaço de fases se mantém na mesma trajetória ao longo do tempo.



Estes gráficos são na zona onde a função já tinha convergido.

***Alínea d):***

A aplicação do método da secante aplicado ao método de shooting deve-se à necessidade de encontrar um valor de à volta de para se encontrar uma amplitude positiva de que é o resultado que se quer (***B***). Para isso no ciclo que percorre as iterações de i até 50 e os valores de , depois de calculada a média dos máximos , (obtidos pela função ***lagr***) irá encontrar se o declive da secante e , que é a nova estimativa para . Se o resultado obtido para a média de cada amplitude em cada iteração for menor que o valor que se pretende para a amplitude positiva (***B***) então irá guardar-se esse valor para .

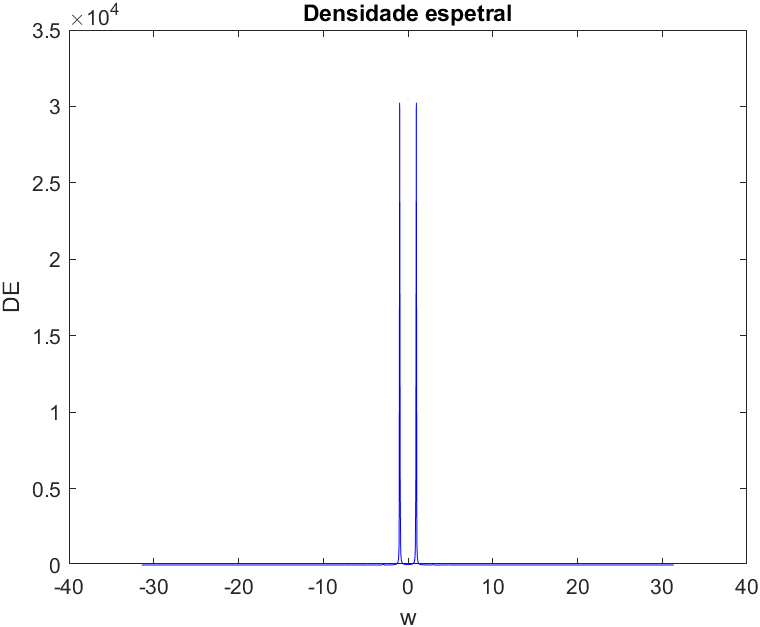
Obteve-se a partir do método um que é bastante próximo de ***B***.

**PARTE B**

Utilizam-se as constantes;

***Alínea e):***

Com

Cria-se um vetor centrado em :

e com

Observando o gráfico obtido , poderia dizer-se que era um movimento harmónico simples apenas com isto já que apresenta dois picos simétricos que corresponderia a uma só frequência, e denotar que:

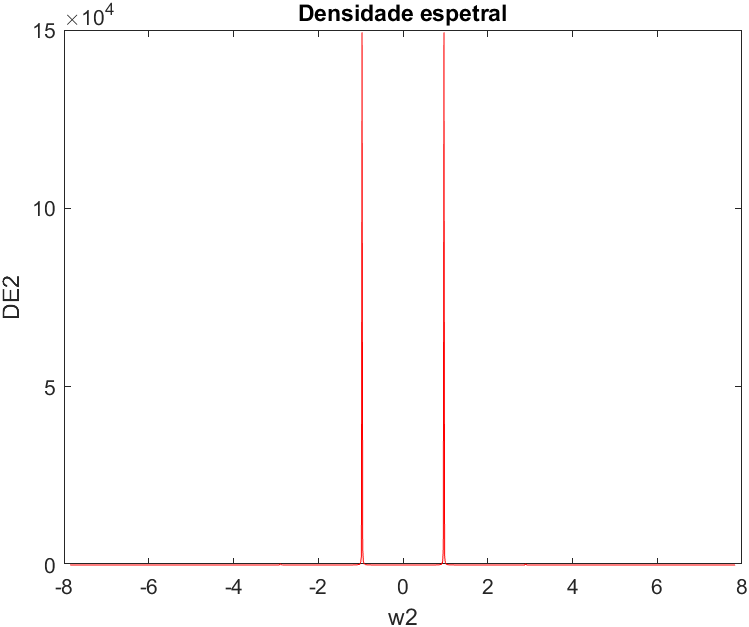
***Alínea f):***

Nesta alínea pretende-se realizar o mesmo processo, mas com um com maior resolução. ara confirmar se o movimento é harmónico ou apenas a precisão em w não é suficientemente grande para corretamente descrever o movimento.

Para isto faz-se:

Onde teremos:

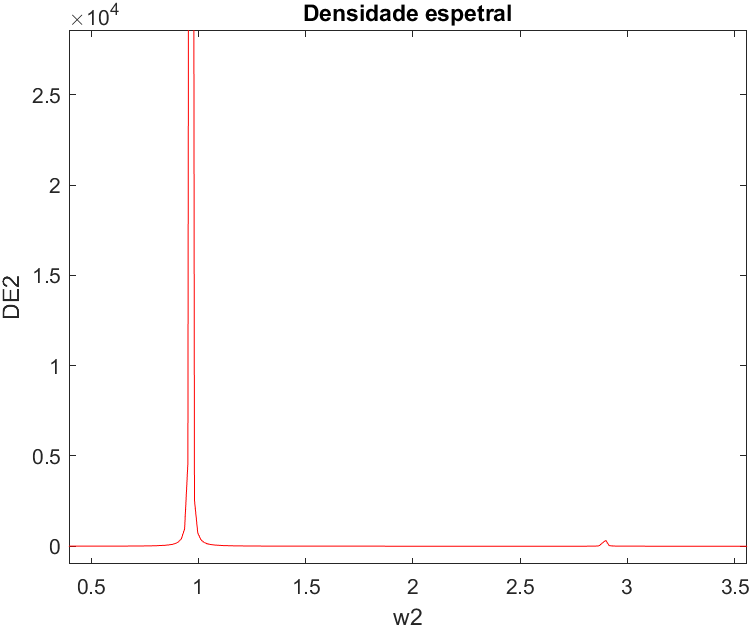
**E:**

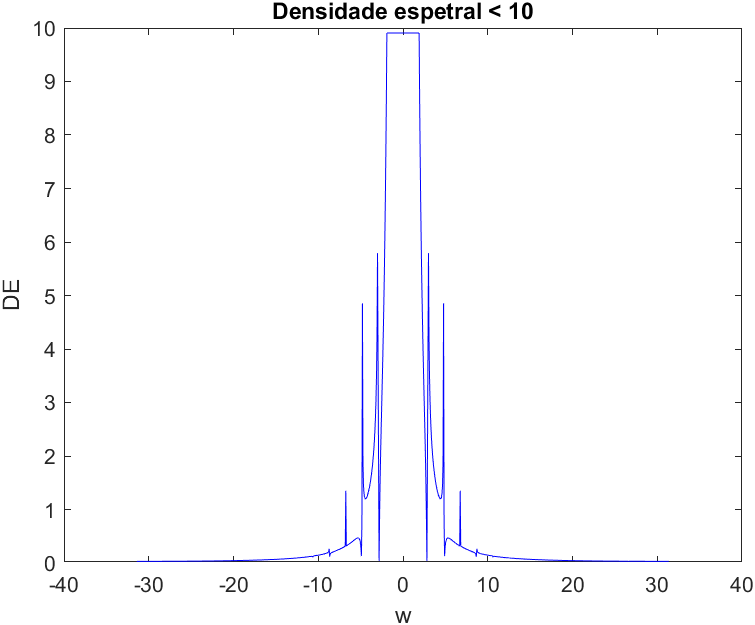


Aplica-se de novo a ode45 para se obter e consequentemente a transformada de Fourier . Obtemos o gráfico da densidade espetral :

Que tem uma forma bastante parecida à *alínea e*) com exceção dos valores das ordenadas.

Se se fizer uma aproximação do eixo dos podemos observar pequenos picos em :





Que usando os valores da *alínea e)* obtém-se:

Onde se pode verificar que existem muitos picos com uma densidade menor que 10 que não aparece nos outros gráficos. Assim, não se pode classificar este movimento como harmónico simples.

***Alínea g):***

Foi necessário utilizar a função ***fft*** do Matlab para fazer a transformada de Fourier de e onde se obtém e depois utiliza-se a função ***ffshift*** do Matlab centra-se a transformada em .

**O cálculo da densidade espetral é feito a partir de:**

Onde é a transformada de Fourier da função contínua (que foi obtida da ode45), que para se obter a densidade espetral necessita de ser multiplicada pelo passo já que o matlab não o faz.

Para a *alínea f)* para se remover as densidades maiores que 10 faz-se:

Limitando assim os valores que são utilizados para o cálculo da densidade espetral.

***Alínea h):***

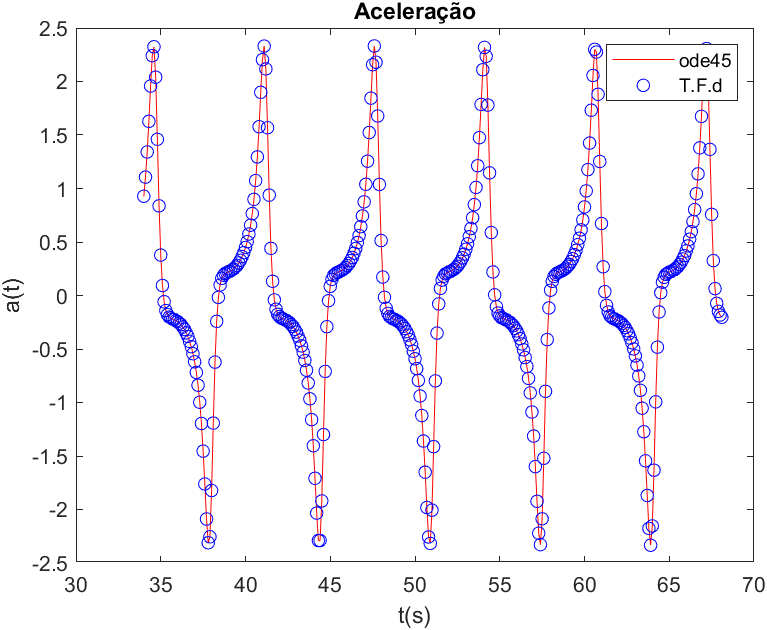
**Para o cálculo da aceleração a partir da ode45 que fornece *y* e *v* utilizamos a expressão:**

Onde a aceleração é e a partir dos valores iniciais pode ser obtida numericamente.

E apartir da transformada de Fourier da derivada como temos:

Com e as transformadas de Fourier de e .

Neste caso para a aceleração basta multiplicar por . Aqui foi necessário fazer ***transpose*** de já que não permitia o cálculo.

Obtém-se o gráfico:

Podemos verificar que os gráficos se sobrepõem logo estão em concordância um com o outro.

**Discussão e conclusão:**

**Os objetivos foram concluídos e os resultados obtidos foram bastante bons já que se pode observar que existe concordância entre os métodos já que:**

* **A partir de options fica garantido que o erro em cada iteração é menor que** ;
* **A ode45 garante um erro acumulado de**
* **Pode encontrar-se uma amplitude que difere em valores de ordem do *B* que se pretendia;**
* Pode calcular-se o período do movimento e o seu espaço de fases mantém-se na mesma trajetória;
* Verificou-se que não se trata de um movimento de um harmónico simples a partir das densidades espetrais (nomeadamente menores que 10);
* Obteve-se conformidade da aceleração obtida numericamente a partir da ode45 e a partir da transformada de Fourier da derivada que em média os seus valores apenas se afastam de (excluindo as pontas).